

Devoir de synthèse n°1

Exercice 1 (QCM)

Dans chacune des questions suivantes, une seule des trois propositions est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la réponse choisie

- 1) Si n est un entier naturel non nul alors $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1}{(x+1)^{2n-1}} =$
 - $-\infty$
 - $+\infty$
 - 0
- 2) Si f une fonction définie sur \mathbb{R} et paire tel que $\lim_{+\infty} f(x) = 2$ alors :
 - $\lim_{-\infty} f(x) = -\infty$
 - $\lim_{-\infty} f(x) = 2$
 - $\lim_{-\infty} f(x) = -2$
- 3) Si A, B et M sont trois points distincts du plan tel que : $2(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) \equiv \pi[\pi]$ alors :
 - A, B et M sont alignés
 - $(AB) \perp (MB)$
 - $M \in C_{[AB]} \setminus \{A, B\}$
- 4) Si $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) \equiv -\frac{2\pi}{3}[2\pi]$ alors $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ admet une mesure dans :
 - $[-2\pi, -\pi]$
 - $[2\pi, 3\pi]$
 - $[-9\pi, -8\pi]$

Exercice 2

Soit f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} x + \sqrt{x^2 + 21} & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{2x^2 - x - 6}{-x^2 + 5x - 6} & \text{si } x \in]2,3[\cup]3,4[\\ \sqrt{x^2 + x + 5} + ax & \text{si } x \geq 4 \text{ (} a \in \mathbb{R} \text{)} \end{cases}$

On désigne par C_f la courbe représentative de f

- 1) Déterminer D_f
- 2) Déterminer $\lim_{3^-} f(x)$ et $\lim_{3^+} f(x)$
- 3) Etudier la continuité de f en 2
- 4) Calculer $\lim_{-\infty} f(x)$. Représenter l'allure de la courbe au voisinage de $-\infty$
- 5) Déterminer a pour que f soit continue en 4

Exercice 3

I. soit $f(x) = \frac{\sqrt{2x} - \sqrt{1+x^2}}{x - \sqrt{x}}$

- 1) Déterminer D_f
 - 2) Calculer $\lim_{0^+} f(x)$ et $\lim_{+\infty} f(x)$
 - 3) Montrer que f est prolongeable par continuité en 1 et donner son prolongement F
- II. On considère les deux fonctions f et g définie par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{|x| - 3} \text{ et } g(x) = \frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1}$$

- 1) f est-elle prolongeable par continuité en -3 ? en 3. Si oui donner le prolongement
- 2) a) Calculer $\lim_1 g(x)$ b) En déduire que g est prolongeable par continuité en 1



في دارك... استنسخه على قرابته اصغارك

Exercice 4

Soit $f(x) = E(x) + [x - E(x)]^2$

- 1) Déterminer le domaine de définition de f
- 2) a) Expliciter $f(x)$ pour $x \in [1,2[$ et pour $x \in [2,3[$
b) Montrer que f est continue en 2
- 3) Etudier la continuité de f en $\sqrt{2}$
- 4) Soit $k \in \mathbb{Z}$
a) Expliciter $f(x)$ pour $x \in [k, k + 1[$. En déduire que f est continue à droite en k
b) Expliciter $f(x)$ pour $x \in [k - 1, k[$. En déduire que f est continue à gauche en k
- 5) Déduire que f est continue sur \mathbb{R}

Exercice 5

- 1) a) Exprimer $\frac{\pi}{12}$ et $\frac{7\pi}{12}$ en fonction de $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{4}$
b) Calculer alors $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$
c) Calculer alors $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$
- 2) soit $A = \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$ et
 $B = \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$
a) Calculer $A + B$ et $A - B$
b) En déduire les valeurs exactes de A et B
- 3) Simplifier l'expression $C = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin\left(\frac{13\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi + x) - \sin(7\pi - x)$

Exercice 6

- 1) a) Rappeler l'expression de $\cos(\pi + 2x)$ en fonction de $\cos(2x)$
b) En déduire les solutions dans \mathbb{R} de : $\cos(2x) + \cos(3x) = 0$ (1)
- 2) Montrer que pour tout réel x : $\cos(3x) = 4\cos^3(x) - 3\cos(x)$
- 3) Soit l'équation : $4X^3 + 2X^2 - 3X - 1 = 0$ (2)
Montrer que x est une solution de (1) $\Leftrightarrow X = \cos x$ est une solution de (2)
- 4) Déduire que les solutions de l'équation (2) sont : $X = \cos \pi$; $X = \cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ et $X = \cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)$
- 5) a) En remarquant que -1 est une solution de $4X^3 + 2X^2 - 3X - 1 = 0$ Factoriser l'expression $4X^3 + 2X^2 - 3X - 1$
b) Résoudre alors l'équation (2)
- 6) Déterminer le signe de $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ puis donner la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$



في دارك... إمتحنك على قرابتك إصغارك